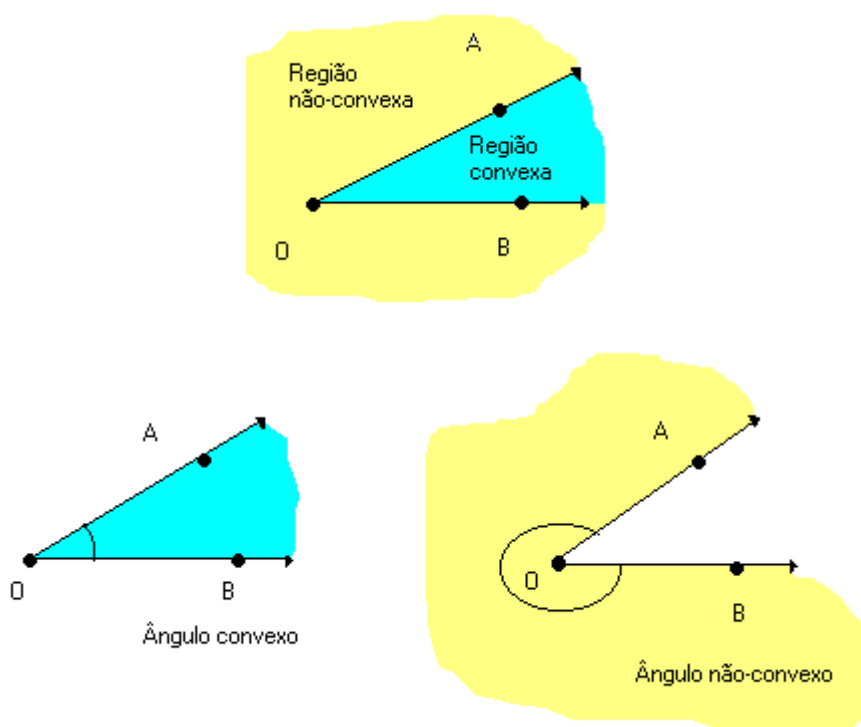


Ângulos

O ÂNGULO E OS SEUS ELEMENTOS

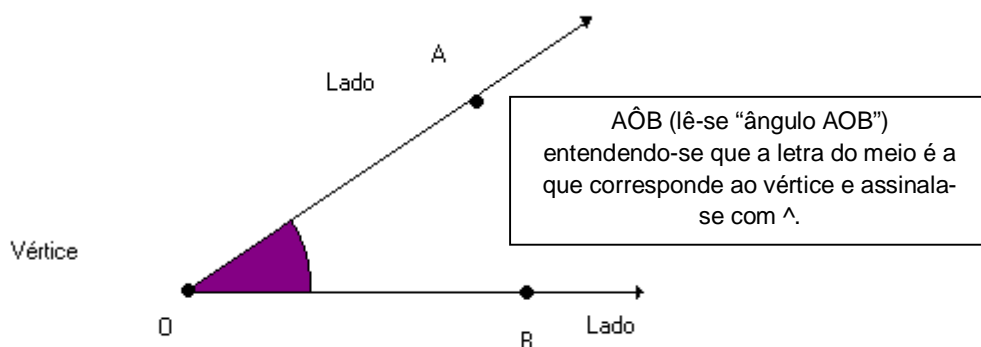
Duas semi-retas que não estejam contidas na mesma reta, e que tenham a mesma origem, dividem o plano em duas regiões: uma convexa e outra não-convexa.

Cada uma dessas regiões, junto com as semi-retas, forma um **ângulo**. Assim, as duas semi-retas determinam dois ângulos:



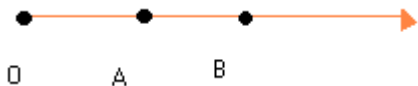
Todo o ângulo possui **dois lados** e **um vértice**. Os lados são as semi-retas que o determinam. O vértice é a origem comum dessas semi-retas.

O ângulo convexo, de vértice O e lados \overrightarrow{OA} e \overrightarrow{OB} , é indicado por: \widehat{AOB} , \widehat{BOA} ou \widehat{O} .

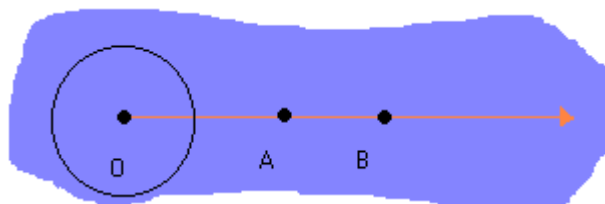


Observe agora dois casos em que as semi-retas, com a mesma origem em O, estão contidas na mesma reta. Nesses casos, formam-se também ângulos.

- As semi-retas $(\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB})$ coincidem, têm a mesma origem em O e o mesmo sentido: definem um **ângulo nulo** e um ângulo de **uma volta (inteira)**.

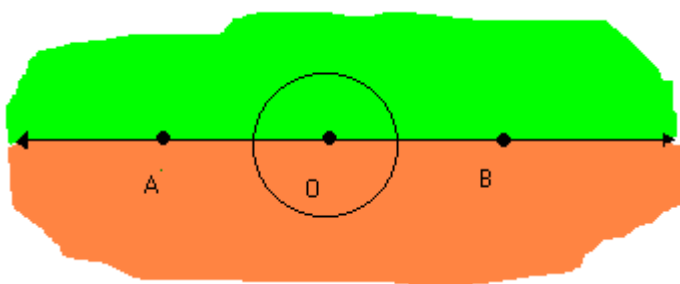


O ângulo nulo é formado apenas pelas semi-retas



O ângulo de uma volta ocupa todo o plano

- As semi-retas $(\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB})$ coincidem, têm a mesma origem em O mas sentidos opostos: definem dois **ângulos rasos** ou de **meia-volta**.



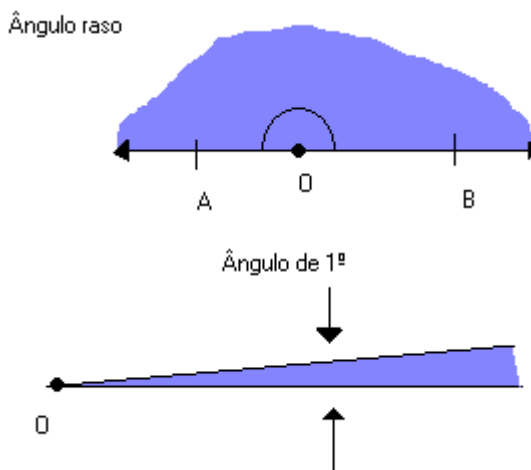
Podemos, então, estabelecer que:

Ângulo é a região do plano limitada por duas semi-retas que têm a mesma origem.

MEDIDA DE UM ÂNGULO

A medida de um ângulo é dada pela medida da sua abertura, afastamento das retas. A unidade padrão de medida de um ângulo é o **grau**, cujo símbolo é $^{\circ}$.

Tomando um ângulo raso ou de meia-volta e dividindo-o em 180 partes iguais, determinamos 180 ângulos de mesma medida. Cada um desses ângulos representa um ângulo de **1 grau** (1°).



Para medir ângulos utilizamos um instrumento denominado **transferidor**. O transferidor já vem graduado com divisões de 1° em 1° . Existem dois tipos de transferidor: de 180° e de 360° .

O grau compreende os submúltiplos:

- O **minuto** corresponde a do $\frac{1}{60}$ grau. Indica-se **um minuto** por $1'$.

$$1^{\circ} = 60'$$

- O **segundo** corresponde a $\frac{1}{60}$ do minuto. Indica-se **um segundo** por $1''$.

$$1' = 60''$$

Logo, podemos concluir que:

$$1^{\circ} = 60' \cdot 60 = 3.600''$$

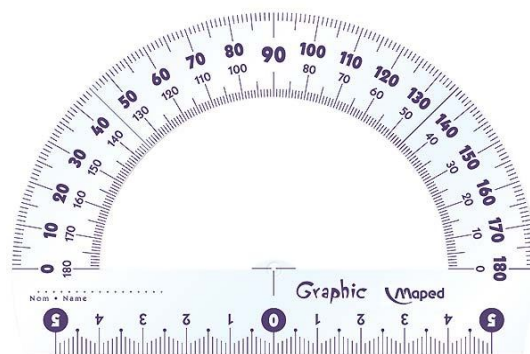
Quando um ângulo é medido em graus, minutos e segundos, estamos a utilizar o **sistema sexagesimal**.



Como medir um ângulo, utilizando o transferidor

Observe:

- O centro O do transferidor deve ser colocado sobre o vértice do ângulo.
- A linha horizontal que passa pelo centro deve coincidir com uma das semi-retas do ângulo.
- Verificamos a medida da escala em que passa a outra semi-reta.

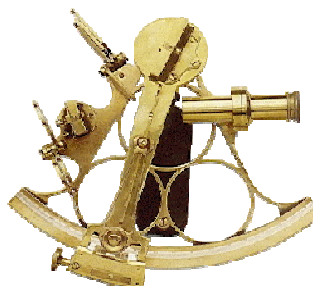


Leitura de um ângulo

15°	(lê-se "15 graus")
$45^\circ 50'$	(lê-se "45 graus e 50 minutos")
$30^\circ 48' 36''$	(lê-se "30 graus, 48 minutos e 36 segundos")

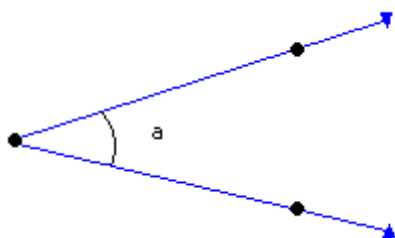
Observações

Além do transferidor, existem outros instrumentos que medem ângulos com maior precisão. Como o **teodolito**, utilizado na agrimensura, e o **sextante**, utilizado em navegação.

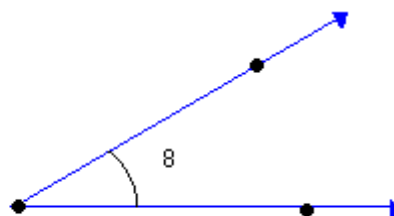


A representação da medida de um ângulo pode também ser feita através de uma **letra minúscula** ou de **um número**.

Ângulo a



Ângulo 8

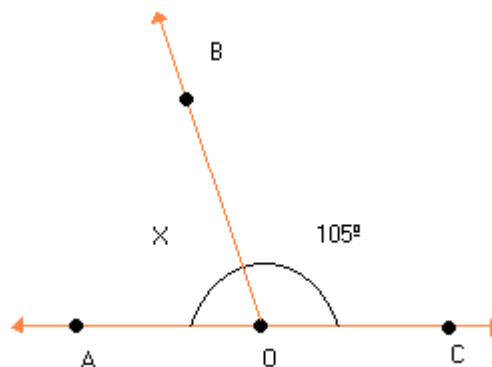


Um **ângulo raso** ou de meia-volta mede **180°** .

O **ângulo de uma volta**, ou **de volta inteira**, também chamado de **giro**, mede **360°** .

Questões envolvendo medidas de ângulos

- Determine a medida do ângulo $A\hat{O}B$ na figura:



Solução

Medida de $A\hat{O}B = x$

Medida de $B\hat{O}C = 105^\circ$

Como a medida (m) de $A\hat{O}C$ é 180° , pois é um ângulo raso, temos:

$$m(A\hat{O}B) + m(B\hat{O}C) = m(A\hat{O}C)$$

$$x + 105^\circ = 180^\circ$$

$$x = 180^\circ - 105^\circ$$

$$x = 75^\circ$$

Logo, a medida de $A\hat{O}B$ é 75° .

- Determine a medida do ângulo não-convexo na figura:

Solução

Verificamos que o ângulo não-convexo na figura (x) e o ângulo convexo (50°) formam, juntos, um ângulo de uma volta, que mede 360° .

Assim:

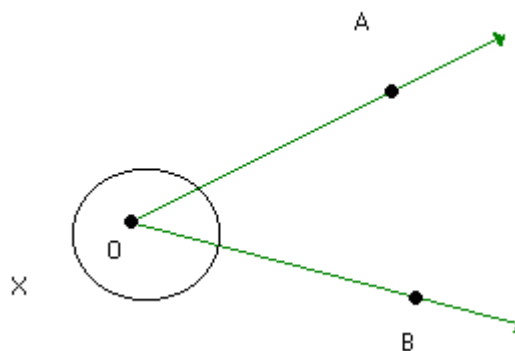
$$x + 50^\circ = 360^\circ$$

$$x = 360^\circ - 50^\circ$$

$$x = 310^\circ$$

Logo

o valor do ângulo não-convexo é 310° .



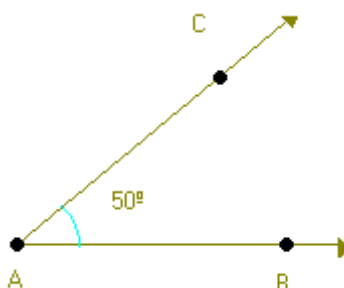
Como construir um ângulo utilizando o transferidor

Observe a sequência utilizada na construção de um ângulo de 50° :

- Traçamos uma semi-reta \overrightarrow{AB} .



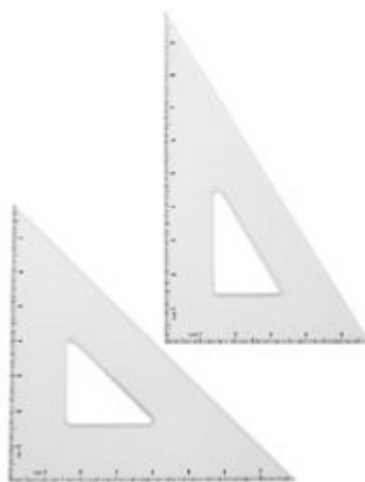
- Colocamos o centro do transferidor sobre a origem da semi-reta (A).
- Identificamos no transferidor o ponto (C) correspondente à medida de 50° .



- Traçamos a semi-reta \overrightarrow{AC} , obtendo o ângulo \widehat{BAC} que mede 50° .

Os ângulos de 30° , 45° , 60° e 90° são ângulos especiais.

Eles podem ser desenhados com esquadro.

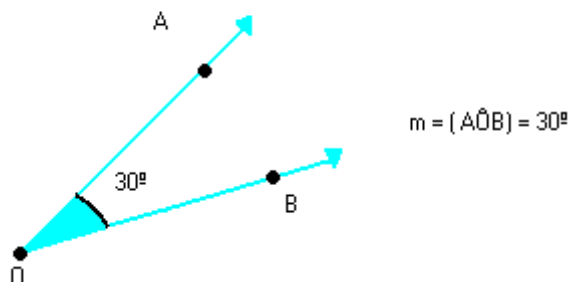


ÂNGULO AGUDO, OBTUSO E RETO

Podemos classificar um ângulo em agudo, obtuso ou reto.

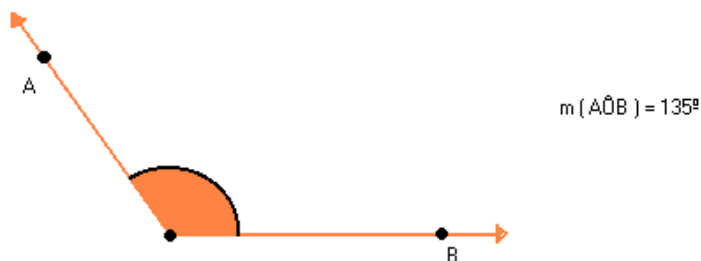
- **Ângulo agudo** é o ângulo cuja medida é menor que 90° .

Exemplo:



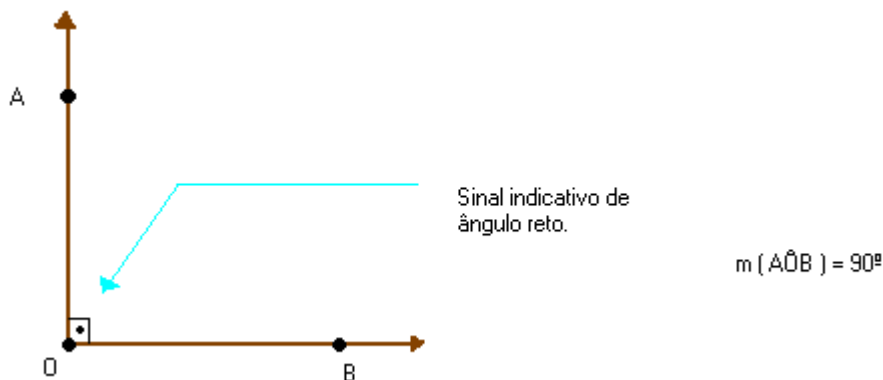
- **Ângulo obtuso** é o ângulo cuja medida é maior que 90° .

Exemplo:



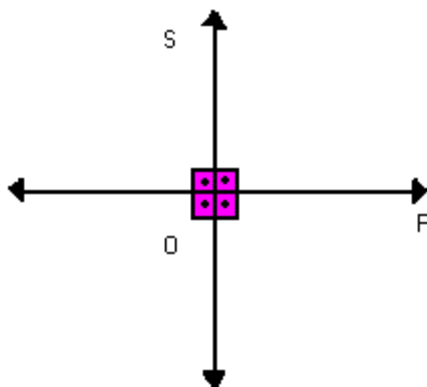
- **Ângulo reto** é o ângulo cuja medida é 90° .

Exemplo:



RETAS PERPENDICULARES

As retas R e S da figura abaixo são concorrentes e formam entre si quatro ângulos retos.



Dizemos que as retas R e S são **perpendiculares** e indicamos:

$r \perp s$ (lê-se "r é perpendicular a s")

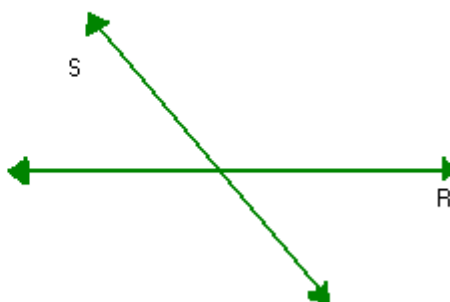
$s \perp r$ (lê-se "s é perpendicular a r")

Observação

Duas retas concorrentes que não formam ângulos retos entre si são chamadas de **obíquas**.

Exemplo:

$r \not\perp s$ (lê-se "r é obliqua a s")



Suum cuique tribuere

Estas notas foram elaboradas sobre publicações do site
<http://www.somatematica.com.br>

Doni Kaj Preñi